



وزارة التربية

المنشورية الجهوية للتربية بالمهوية



التعمد في الفضاء

التاسعة أساسية

رياضيات

الأستاذ: محمد القادر الفريخة

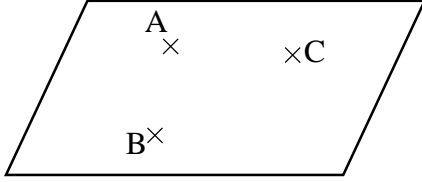
الرياضيات

التعامد في الفضاء

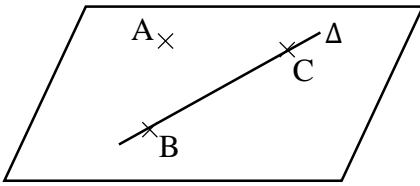
I. تذكير:

❖ يمكن تكوين مستوي من:

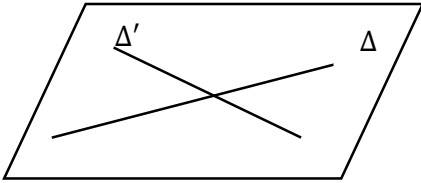
1. ثلاثة نقاط ليست على استقامة واحدة.



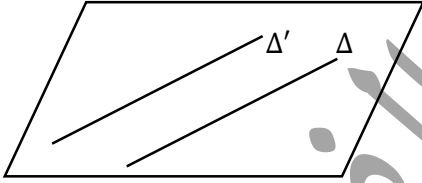
2. مستقيم ونقطة لا تنتمي إلى هذا المستقيم.



3. مستقيمين متقاطعين.



4. مستقيمين متوازيين وليسا متطابقين.



تمرين عدد 1:

لاحظ الشكل المقابل وأكمل الجمل التالية معوضا في كل مرة النقاط

بإحدى الرموز التالية: \in أو \notin أو \subset أو $\not\subset$

$I \dots \dots (ACG)$; $B \dots \dots (EFG)$

$(IC) \dots \dots (BFC)$; $(JG) \dots \dots (DCH)$

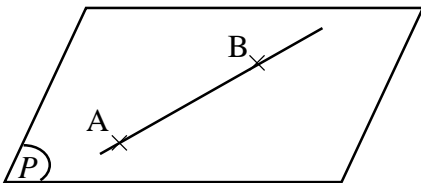
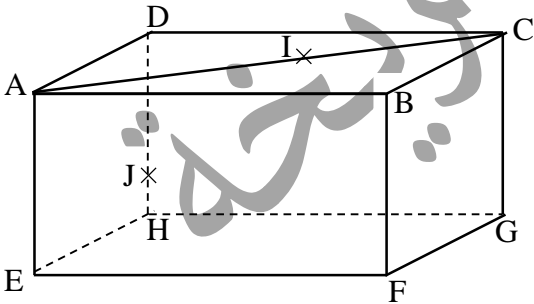
$(IC) \dots \dots (BFC)$; $J \dots \dots (ACE)$

$(IG) \dots \dots (AEC)$; $(AJ) \dots \dots (DEH)$

ملاحظة:

كيف أبين أن مستقيم محتوي في مستوي؟

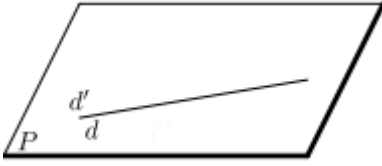
إذا كان $A \in P$ و $B \in P$ فإن $(AB) \subset P$



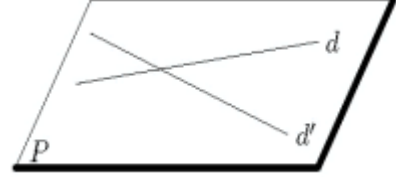
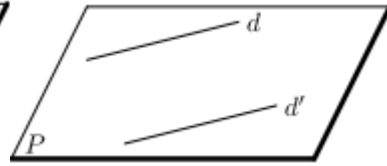
التعامد في الفضاء

❖ الوضعية النسبية لمستقيمين في الفضاء:

▪ في نفس المستوي

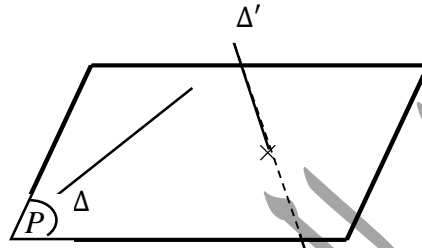


متوازيين



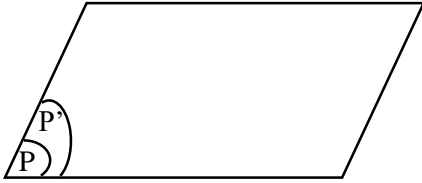
متقاطعين

▪ ليسا في نفس المستوي

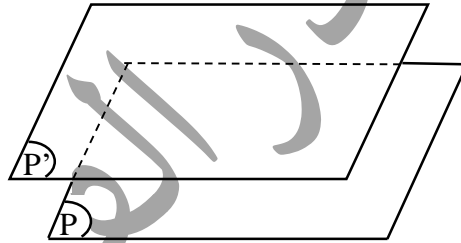


غير متوازيين وغير متقاطعين

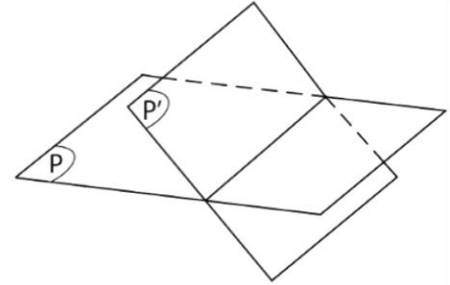
❖ الوضعية النسبية لمستويين:



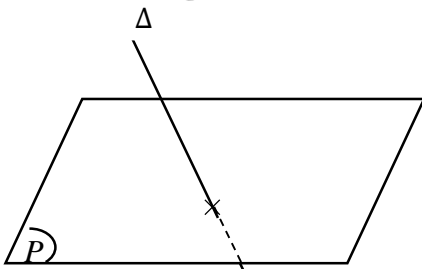
متوازيان



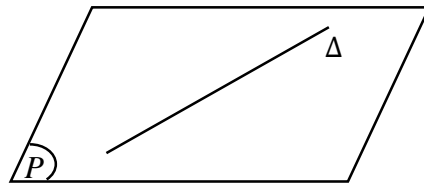
متقاطعان



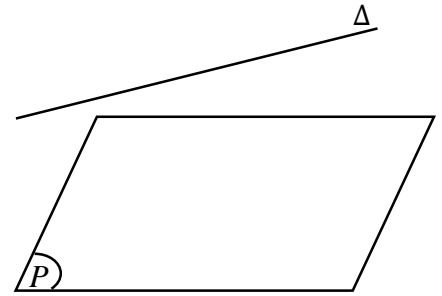
❖ الوضعية النسبية لمستقيم و مستوي:



متقاطعان



متوازيان



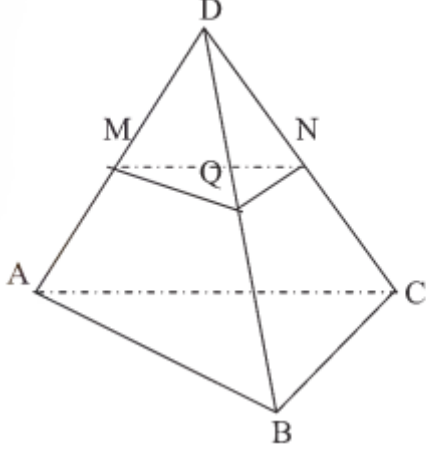
التعامد في الفضاء

تمرين عدد 2:

يمثل الشكل المقابل هرمًا قاعدته مثلث حيث:

M منتصف [AD] و N منتصف [DC] و Q منتصف [DB]

أكمل الفراغات بما يناسب من المقترحات التالية: متقاطعان؛ متوازيان؛ ليسا في نفس المستوي.



- 1) (AC) و (DC) هما مستقيمان
- 2) (AB) و (DC) هما مستقيمان
- 3) (NQ) و (MQ) هما مستقيمان
- 4) (AC) و (DB) هما مستقيمان
- 5) (MQ) و (BC) هما مستقيمان
- 6) (AC) و (MN) هما مستقيمان

تمرين عدد 3:

أجب بصواب أو خطأ:

- 1) إذا كان $D // D'$ و $D' \subset P$ فإن D موازي لجميع المستقيمات المحتوية في P
- 2) مستقيمان يوازيان نفس المستوي هما متوازيان
- 3) مستويان يوازيان نفس المستوي هما متوازيان
- 4) مستقيمان غير متقاطعان هما متوازيان

أكمل الفراغات التالية:

- أ- مستقيمان من نفس المستوي هما مت..... أو مت.....
- ب- مستقيمان متوازيان هما مستقيمان محتويان في نفس..... وغير.....
- ت- مستقيمان متوازيان هما مستقيمان محتويان في نفس..... وغير.....
- ث- إذا كان مستقيم مواز لمستقيم من مستوي فهو..... لهذا المستوي.
- ج- مستويان متوازيان هما مستويان غير.....

تمرين عدد 4:

ليكن الشكل المصاحب OIJK هرما حيث M منتصف [KJ] و N نقطة من [IM]

أ- بين أن النقطة K تنتمي إلى المستوي (INJ)

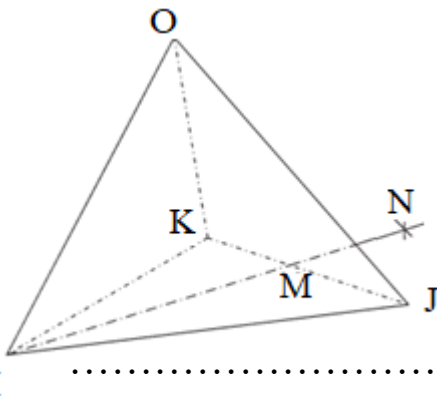
.....

.....

ب- بين أن النقاط M و N و k و O لا تنتمي إلى نفس المستوي.

.....

.....



التعامد في الفضاء

II. مستقيم عمودي على مستوى:

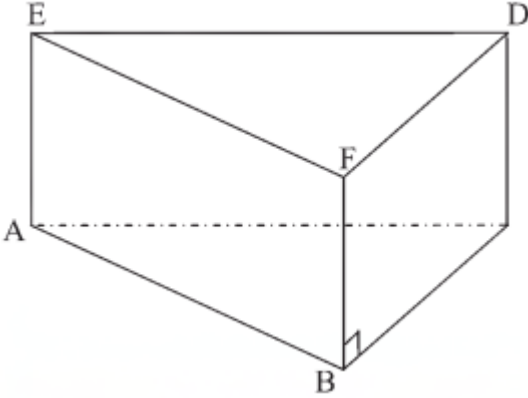
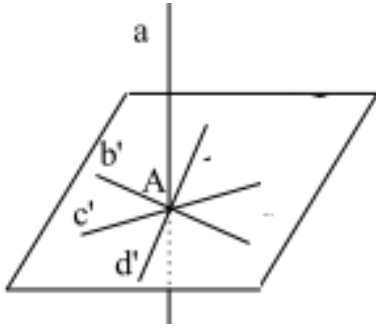
تعريف: يقال المستقيم عمودي على المستوى

إذا

كان عموديا على كل مستقيم في المستوى.

❖ نظرية: كيف أبين أن مستقيم عمودي على مستوى؟

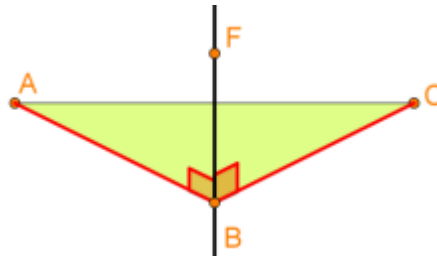
نشاط:



يمثل الشكل المقابل موشورا قائما $ABCEFD$

<p>في المستوي (AFB)</p> <p>المستقيم (FB) عمودي على المستقيم (AB)</p>	<p>في المستوي (DBC)</p> <p>المستقيم (FB) عمودي على المستقيم (CB)</p>
---	---

المستقيم (FB) : - يقطع المستوي (ABC) في B
 - عمودي على المستقيمين (AB) و (CB) المتقاطعين في B



• بين أن المستقيم (DC) عمودي على المستوي (EFD)

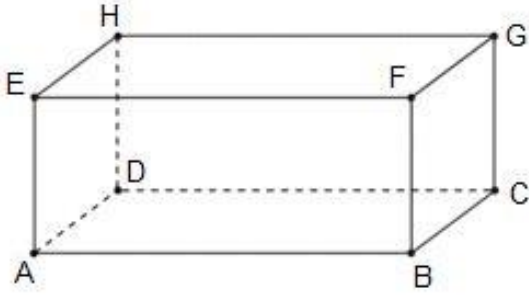
.....

التعامد في الفضاء

عموما:

مستقيم عمودي على مستوي في نقطة هو مستقيم عمودي على مستقيمين متقاطعين من المستوي في هذه النقطة

تطبيق عدد 1:



يمثل الشكل المقابل متوازي مستطيلات $ABCDEFGH$.

أجب بصحيح أو خطأ:

أ- المستقيم (HD) عمودي على المستوي (ADC)

.....

ب- المستقيم (EB) عمودي على المستوي (ADH)

.....

ت- المستقيم (HG) عمودي على المستوي (BFA)

.....

ث- المستقيم (AG) عمودي على المستوي (DBF)

.....

ج- المستقيم (HG) عمودي على المستوي (BCF)

.....

تطبيق عدد 2:

يمثل الشكل المصاحب هرم $SABCD$ حيث:

$ABCD$ مربع و $AC = 4$ و $SB = 2\sqrt{7}$

المستقيم (SA) عمودي على المستقيمين (AB) و (AD)

(1) بين أن المستقيم (SA) عمودي على المستوي (BDC)

.....
.....
.....

(2) احسب البعد SA

.....
.....
.....

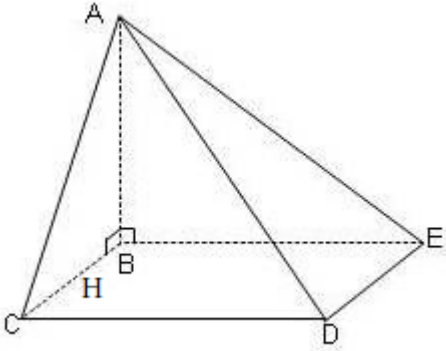
(3) استنتج V حجم الهرم $SABCD$.

.....
.....

التعامد في الفضاء

❖ **استنتاج عدد 1:** كيف أبين أن مستقيم عمودي على مستقيم محتوي في مستوي؟

نشاط:



في الشكل المصاحب ABCDE هرم قاعدته المستطيل BCDE و المستقيم (AB) عمودي على المستقيمين (BC) و (BE) (1) بين أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي (CBE)

.....
.....
.....
.....

(2) لتكن H نقطة من [BC]. ماهي طبيعة المثلث ABH

.....

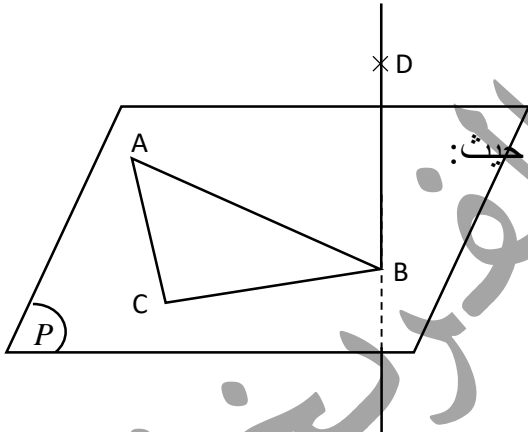
(3) بين أن المستقيم (AB) عمودي على المستقيم (BD)

.....
.....

استنتاج:

مستقيم عمودي على مستوي في نقطة هو مستقيم عمودي على كل مستقيمت هذا المستوي المارة من هذه النقطة.

تطبيق:



في الشكل المصاحب A و B و C ثلاث نقاط من المستوي P حيث: ABC مثلث قائم الزاوية في C.

و المستقيم (BD) عمودي على المستوي P في B

(1) بين أن المستقيم (BD) عمودي على (BC)

.....
.....
.....

(2) استنتج طبيعة المثلث BCD

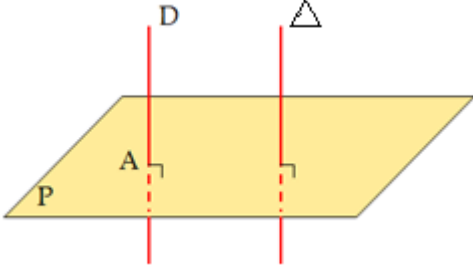
.....

(3) نعتبر $AC = 12$ و $AC = 34$ و $AC = 19$
أوجد مساحة المثلث BCD

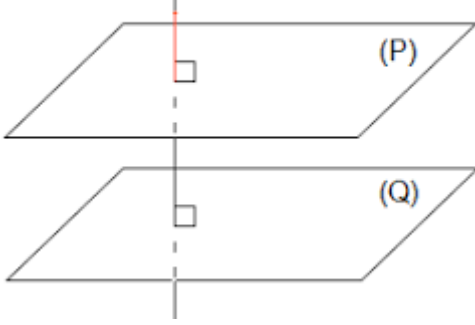
.....
.....

التعامد في الفضاء

❖ استنتاج عدد 2:

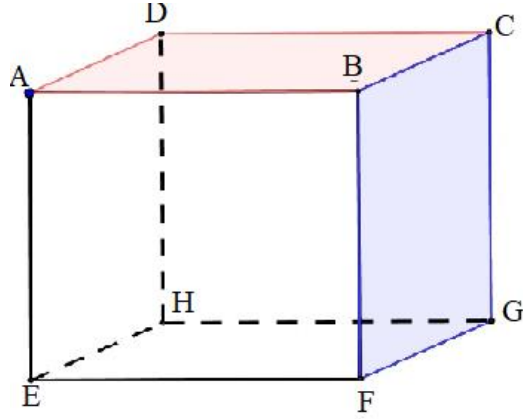


• الوضعية النسبية لمستقيمين يعامدان نفس المستوي.



• الوضعية النسبية لمستويين يعامدان نفس المستقيم.

نشاط:



يمثل الشكل المصاحب رسماً لمكعب.

(1) أ- اذكر مستويين عموديين على المستقيم (BJ) .

ب- ماهي وضعية المستويين المذكورين.

(2) أ- اذكر مستقيمين عموديين على المستوي (BCJ) .

ب- ماهي وضعية المستقيمين المذكورين.

(3) بين أن المستقيم (BJ) عمودي على المستقيم (BD) .

استنتاج:

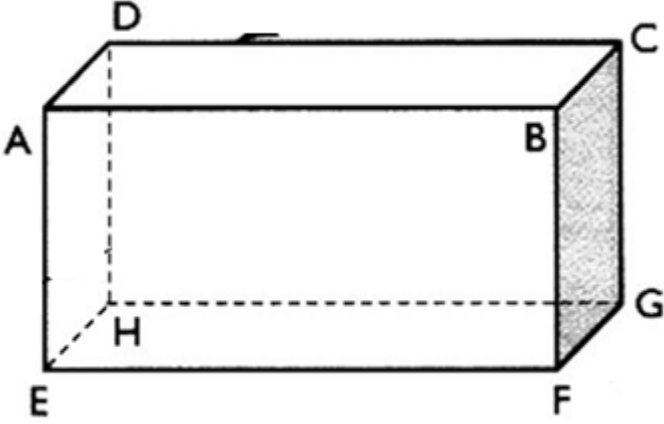
✓ مستقيمان عموديان على نفس المستوي هما مستقيمان متوازيان.

✓ مستويان عموديان على نفس المستقيم هما مستويان متوازيان.

التعامد في الفضاء

متوازي المستطيلات

التعريف: هو مجسم ثلاثي الأبعاد قاعدته مستطيلان متوازيان ومتطابقان ويتميز بما يأتي:



(1) أوجهه الجانبية عمودية على القاعدتين.

(2) جميع أوجهه مستطيلات.

(3) فيه كل وجهين متقابلين متوازيين.

(4) له 6 أوجه و12 حرفاً و8 رؤوس.

ملاحظة: كل مكعب هو متوازي مستطيلات، ولكن العكس غير صحيح.

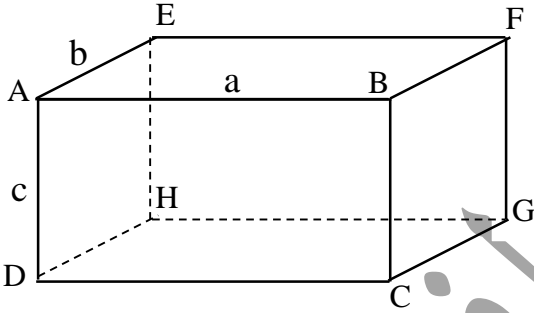
نشاط:

يمثل الشكل المقابل متوازي مستطيلات $ABCDEFGH$

أبعاده $AB = a$ و $AE = b$ و $AD = c$

(a و b و c أعداد موجبة).

(1) بين أن $HC^2 = a^2 + b^2$

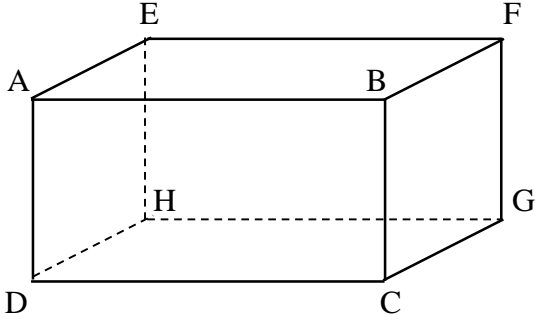


(2) بين أن المثلث EHC قائم الزاوية في H

(3) استنتج أن $EC = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

(4) قارن بين EC و HB و AG و DF

التعامد في الفضاء



عموما:

في متوازي المستطيلات كل الأقطار

متقايسة $[EC]$ و $[HB]$ و $[AG]$ و $[DF]$

و قيس طول كل قطر يساوي: $\sqrt{AB^2 + AE^2 + AD^2}$

تطبيق:

ليكن متوازي مستطيلات $ABCDEFGH$ أبعاده بالصنتمتر $AB = 3$ و $AE = 4$ و $AD = 5$

احسب قيس طول قطره EC

.....

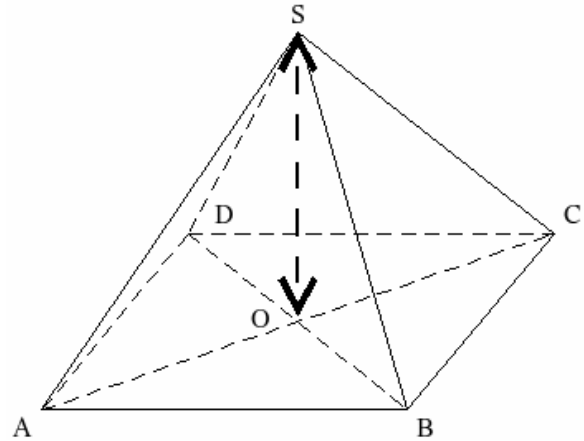
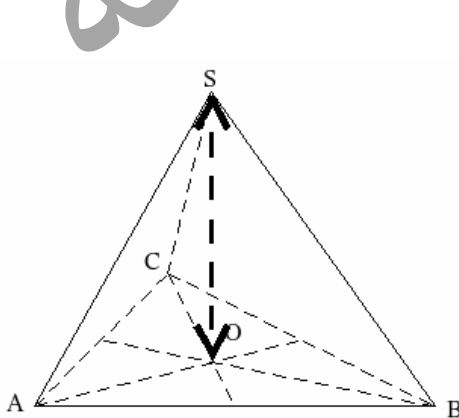
.....

.....

الهرم المنتظم

التعريف:

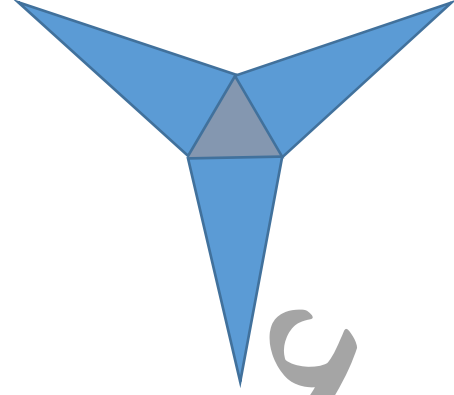
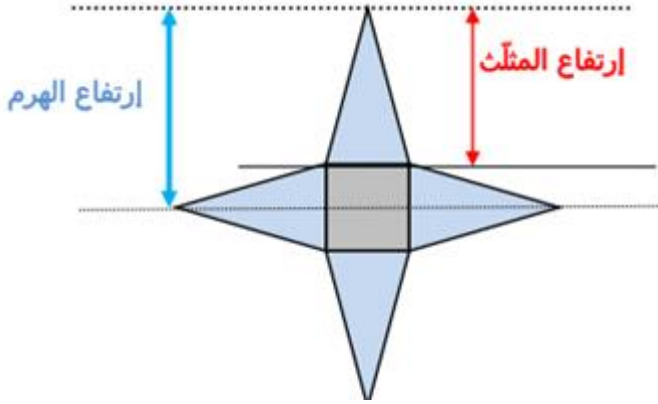
الهرم المنتظم هو الهرم الذي قاعدته مضلع منتظم (علما بأن المضلع المنتظم تكون أبعاده وزواياه متقايسة)، والمسقط العمودي لرأس الهرم على القاعدة يكون عموديا عليها والمار من مركز الدائرة المحيطة بالمضلع وأحرفه الجانبية متقايسة أي أن أوجهه الجانبية مثلثات متقايسة وكل منها مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية رأس الهرم.



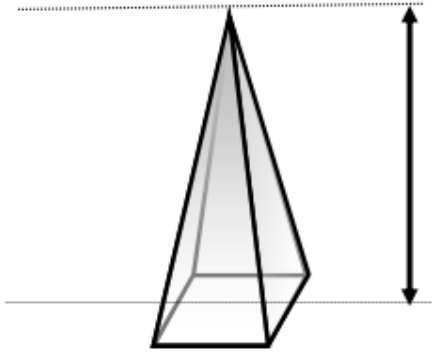
التعامد في الفضاء

قاعدته مربع

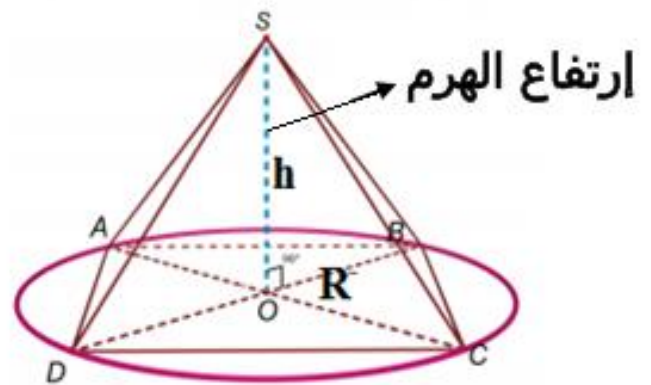
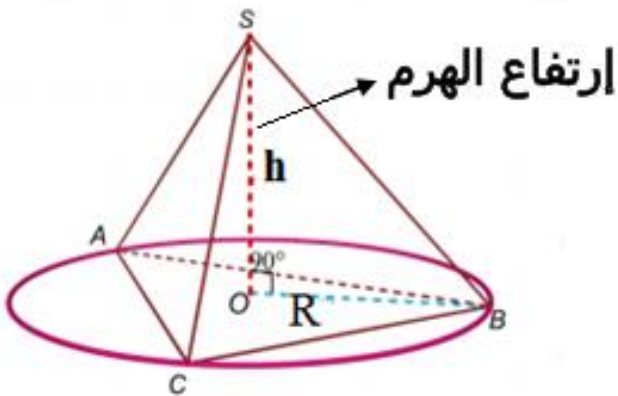
قاعدته مثلث



ارتفاع الهرم لا يساوي ارتفاع المثلث

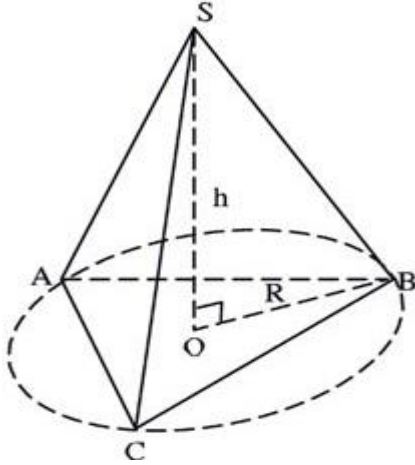


لحساب ارتفاع هرم منتظم
يمكن أن نستعمل نظرية بيتاغورس



التعامد في الفضاء

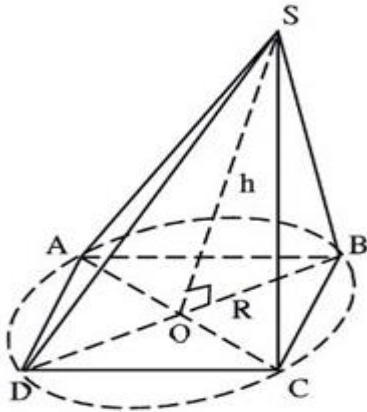
نشاط:



نعتبر هرما منتظما رأسه S وارتفاعه h
و O مركز الدائرة المحيطة بقاعدته و R شعاعها
و A رأس من رؤوس قاعدته.

$$(1) \text{ بين أن } SA = \sqrt{h^2 + R^2}$$

.....
.....
.....
.....



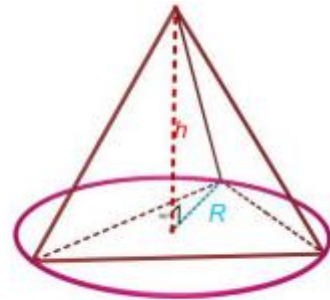
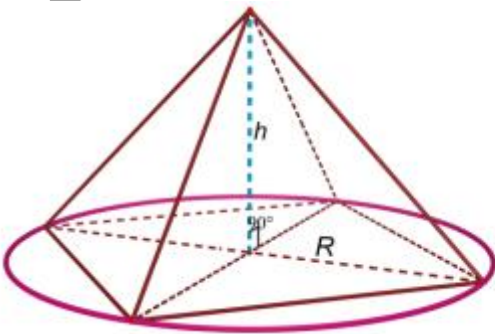
(2) بين أن كل الأحراف الجانبية للهرم المنتظم متقايسة.

.....
.....

عموما:

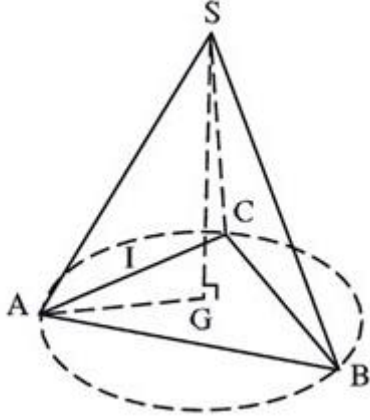
في الهرم المنتظم إذا كان ارتفاعه h و شعاع الدائرة المحيطة بقاعدته فإن قيس طول كل حرف

$$\text{من أحرافه الجانبية تساوي: } \sqrt{h^2 + R^2}$$



التعمد في الفضاء

تطبيق عدد 1:



(وحدة قياس الطول هي الصنتمتر)

في الرسم المصاحب SABC هرم منتظم ارتفاعه
يساوي 3 وقاعدته المثلث متقايس الأضلاع ABC

حيث I منتصف [AC]

و G مركز الدائرة المحيطة بالقاعدة و $AB = 2\sqrt{3}$.

(1) احسب البعد BI.

.....
.....

(2) استنتج البعد BG.

.....
.....

(3) احسب البعد SB.

.....
.....

(4) استنتج البعد SI.

.....
.....

تطبيق عدد 2:

(وحدة قياس الطول هي الصنتمتر)

نعتبر هرما منتظما رأسه S وارتفاعه المربع ABCD الذي مركزه O حيث $AB=3$ و $SO=4$

(1) أحسب SB

.....
.....
.....

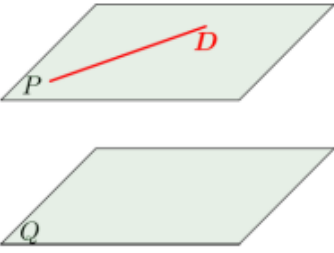
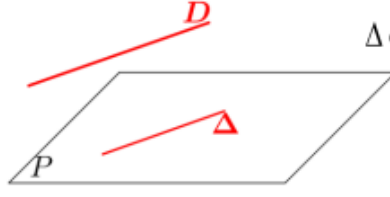
(2) لتكن I منتصف [SB] . أحسب OI

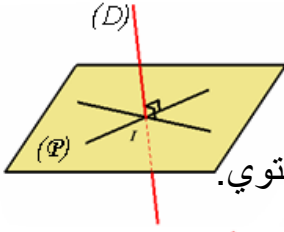
.....
.....
.....

التعامد في الفضاء

حوصلة:

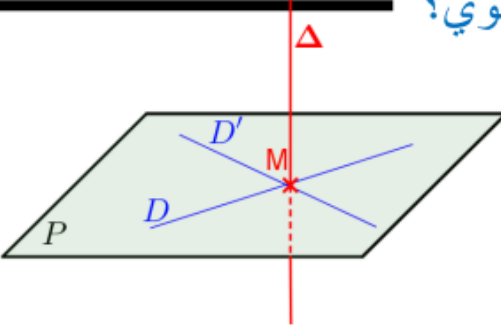
كيف أبين أن مستقيم موازي لمستوي؟

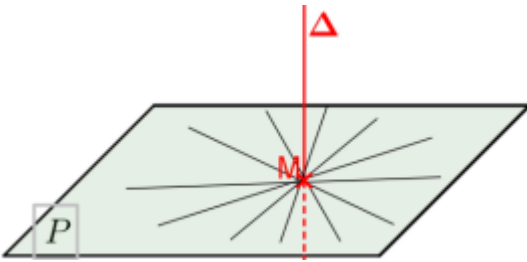
الطريقة الثانية	الطريقة الأولى
 <p>لنا $D \subset P$ و $P \parallel Q$ إذا $D \parallel Q$</p>	 <p>لنا $\Delta \subset P$ و $D \parallel \Delta$ إذا $D \parallel P$</p>



✓ مستقيم عمودي في نقطة على مستقيمين متقاطعين
في نفس النقطة من مستوي هو مستقيم عمودي على هذا المستوي.

كيف أبين أن مستقيم عمودي على مستوي؟

 <p>لنا $\Delta \perp D$ و $\Delta \perp D'$ و $D \subset P$ و $D' \subset P$ و $D \cap D' = \{M\}$ إذا $\Delta \perp P$ في M</p>

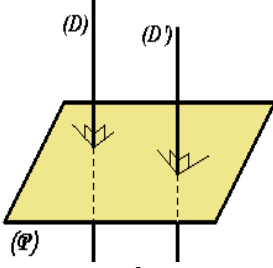


✓ مستقيم عمودي على مستوي في نقطة هو مستقيم عمودي على كل مستقيمتين هذا المستوي المارة من هذه النقطة.

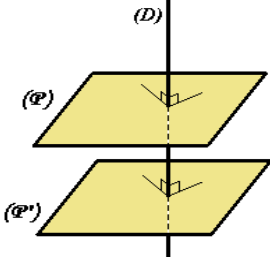
كيف أبين أن مستقيم عمودي على مستقيم في الفضاء

 <p>لنا $\Delta \perp P$ في M $B \in P$ إذا $\Delta \perp (MB)$</p>
--

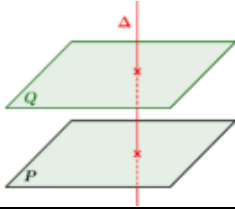
التعامد في الفضاء



✓ مستقيمان عموديان على نفس المستوي هما مستقيمان متوازيان.

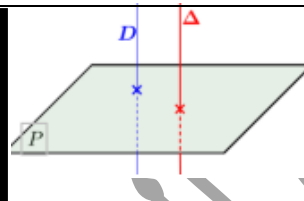


✓ مستويان عموديان على نفس المستقيم هما مستويان متوازيان.



لنا $\Delta \perp P$ و $\Delta \perp Q$

إذا $Q // P$



لنا $\Delta \perp P$ و $D \perp P$

إذا $\Delta // D$

مستقيمان يعامدان نفس المستقيم في الفضاء ليسا بالضرورة متوازيان

تذكير الأحجام:

الموشور قائم	متوازي مستطيلات	المكعب
$V = h \times B$ حيث B مساحة القاعدة	$V = a \times b \times c$	$V = a^3$
الأسطوانة الدائرية القائمة	المخروط دوراني	الهرم
$V = \pi \times r^2 \times h$	$V = \frac{1}{3} \times B \times h$ حيث B مساحة القاعدة	$V = \frac{1}{3} \times B \times h$ حيث B مساحة القاعدة